מבחן קורס מודלים חישוביים, חישוביות וסיבוכיות (67521)

מועד א, 28.07.19

מרצים: פרופ' אורנה קופרמן ופרופ' עודד שוורץ
מתרגלים: באדר אבו ראדי, מאיה דותן, אלון נצר ויהונתן מזרחי
צארים: נדב בורנשטין ואסף יהודאי

הוראות כלליות:

1. משך המבחן 3 שעות.
2. במבחן שלוש שאלות. בכל שאלה כמה סעיפים, ויש לענות על כולם. אין בחירה.
3. השיבו על השאלות על גבי טופס זה בלבד. המחברות הן טיוטה ולא ייאספו.
4. במידה ואתם זקוקים למקום נוסף לצורך מענה על סעיף כלשהו, השתמשו בדפי התשובות הריקים המופיעים בסוף טופס זה. אם אתם זקוקים לדפי תשובות נוספים, פנו למשגיח/ה.
5. נסחו במדויק כל טענה בה אתם עושים שימוש. מותר להשתמש בטענות שנלמדו בכיתה, בתרגול או בתרגיל אלא אם נתבקשתם להוכיח אותן בשאלה.
6. השימוש בכל חומר עזר אסור.

בהצלחה!

שאלה 1. (30 נק')

א. (8 נק')

יהי Σ א"ב סופי כלשהו. עבור מילה $w \in \Sigma^*$, נגדיר $\boldsymbol{ones}(w) = 1^{|w|}$, כלומר, המילה שהיא רצף של אחדות באורך $|w|$.

עבור שפה L נגדיר $\boldsymbol{ones}(L) = \{z \mid \exists w \in L \text{ such that } \boldsymbol{ones}(w) = z\}$.

טענה: קיימות שפות $L_1 \in \text{REG}$ ו- $L_2 \notin \text{REG}$ כך ש-$\boldsymbol{ones}(L_1) = \boldsymbol{ones}(L_2)$.

הטענה: נכונה לא נכונה (סמנו את בחירתכם)

הוכחה:

ב. (8 נק')
טענה: אם $L \in \mathrm{REG}$, אז $L \cdot \boldsymbol{ones}(L) \in \mathrm{REG}$.

הטענה: נכונה לא נכונה (סמנו את בחירתכם)

הוכחה:

ג. (14 נק')
נתבונן בשפה
$L = \{x\#y\#z : x, y, z \in \{a, b\}^* \ are\ such\ that\ x$ does not include "ab" or $y = z\}$
שימו לב ש-L מקיימת את למת הניפוח לשפות חסרות הקשר.
טענה: השפה L **אינה** CFL.

הטענה:	נכונה	לא נכונה	(סמנו את בחירתכם)
הוכחה:			

שאלה 2. (33 נק')

א. (9 נק')
טענה: קיימת פונקציה חשיבה f כך שלכל מכונת טיורינג M מעל א"ב Σ, מתקיים כי $f(\langle M\rangle) = \langle M'\rangle$, כאשר M' היא מכונת טיורינג המקיימת $L(M') = \Sigma^* \setminus L(M)$.

הטענה: נכונה לא נכונה (סמנו את בחירתכם)

הוכחה:

ב. (24 נק')

תהי השפה

$L = \{\langle M_1, M_2, k\rangle : M_1 \text{ and } M_2 \text{ are } TMs, k \geq 1, \text{and } |L(M_1) \cap L(M_2)| \leq k\}$.

לאיזו מחלקה מבין הבאות שייכת L?

R $\quad$ $RE \setminus R$ $\quad$ $coRE \setminus R$ $\quad$ $\overline{RE \cup coRE}$ $\quad$ (סמנו את בחירתכם)

הוכחה:

שאלה 3. (37 נק')

א. (10 נק')

בסעיף זה נניח ש-NP $\neq$ P.

יהיו L_1 ו-L_2 שתי שפות ב-NP כך ש-$L_1 \neq L_2$.

טענה: אם $L_1 \leq_p L_2$ וגם $L_2 \leq_p L_1$, אז L_1 ו-L_2 הן NP שלמות.

הטענה: נכונה לא נכונה (סמנו את בחירתכם)

הוכחה:

ב. (13 נק')

נגדיר את השפה

$L = \{\langle G, s, t\rangle \mid$ $G = \langle V, E\rangle$ הוא גרף מכוון שמכיל מסלול באורך זוגי מ-s ל-t $\}$

כאשר אורך של מסלול מוגדר להיות מספר הקשתות במסלול.

טענה: השפה L היא NL שלמה.

הטענה:	נכונה	לא נכונה	(סמנו את בחירתכם)
הוכחה:			

ג. (14 נק')

נגדיר את השפה

$SHORTHAM = \{\langle G, s, t\rangle \mid$ קשתות $|E|/2$ שאורכו אינו עולה על t-ל-s מ-$G = \langle V, E\rangle$ הוא גרף מכוון וקיים מסלול המילטוני מ-s ל-t שאורכו אינו עולה על $|E|/2$ קשתות $\}$.

מהי מחלקת הסיבוכיות של SHORTHAM?

NL-complete P NP-complete PSPACE-complete (סמנו את בחירתכם)

הוכחה:

עמוד תשובות נוסף, מספר 1

המשך שאלה _____ סעיף _____

עמוד תשובות נוסף, מספר 2

המשך שאלה _____ סעיף _____

עמוד תשובות נוסף, מספר 3

המשך שאלה _____ סעיף _____

עמוד תשובות נוסף, מספר 4

המשך שאלה _____ סעיף _____